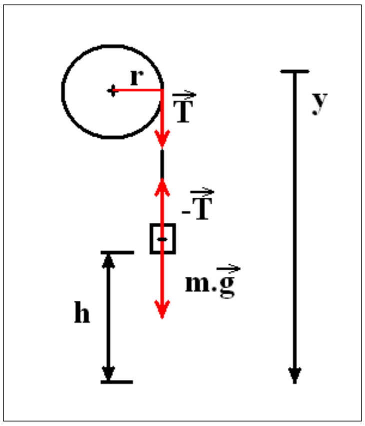
Přijímací zkoušky do navazujícího magisterského studia **Učitelství fyziky pro 2. stupeň ZŠ** a **Učitelství fyziky pro SŠ** pro akademický rok 2011/2012

1) Kotouč o poloměru 10 cm a hmotnosti 1 kg se může otáčet kolem vodorovné osy. Na kotouči je navinuto tenké vlákno. Na konci vlákna visí závaží o hmotnosti 0,5 kg. Jakou má kotouč úhlovou rychlost ω, urazí-li závaží dráhu 1 m a pohyb začínal z klidu? Hmotnost vlákna je zanedbatelná vůči hmotnostem závaží a kotouče.

Řešení:

Úlohu lze řešit pomocí 2. věty impulsové nebo s použitím zákona zachování mechanické energie.

A) Řešení pomocí 1. věty impulsové:



Kotouč:

Na kotouč působí *M* moment síly *T* od závaží.

$$M = J \cdot \varepsilon$$
$$T \cdot r = J \cdot \varepsilon$$, kde *J* představuje moment setrvačnosti a *ε* úhlové zrychlení kotouče

Závaží:

Ve směru osy působí tíhová síla a proti reakce závěsu, výsledná síla působí ve směru osy:

$$m_z \cdot a = m_z \cdot g - T$$

Soustava rovnic má řešení:

$$T \cdot r = J \cdot \varepsilon$$
$$m_z \cdot a = m_z \cdot g - T$$
$$(m_z \cdot g - m_z \cdot a) \cdot r = J \cdot \varepsilon$$
$$m_z \cdot g \cdot r = J \cdot \varepsilon + m_z \cdot a \cdot r$$
$$m_z \cdot g \cdot r = J \cdot \varepsilon + m_z \cdot \varepsilon \cdot r^2$$

2 body

Pro moment setrvačnosti kotouče platí:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m_k \cdot r^2$$

$$m_z \cdot g \cdot r = \frac{1}{2} \cdot m_k \cdot r^2 \cdot \varepsilon + m_z \cdot \varepsilon \cdot r^2$$

$$m_z \cdot g = \frac{1}{2} \cdot m_k \cdot r \cdot \varepsilon + m_z \cdot \varepsilon \cdot r$$

$$\frac{m_z \cdot g}{(\frac{1}{2} \cdot m_k + m_z) \cdot r} = \varepsilon$$

$$\frac{2 \cdot m_z \cdot g}{(m_k + 2 \cdot m_z) \cdot r} = \varepsilon$$

$$a = \varepsilon \cdot r = \frac{2 \cdot m_z \cdot g}{m_k + 2 \cdot m_z}$$

2 body

Kotouč se roztáčí s úhlovým zrychlením ε a závaží zrychluje se zrychlením *a*.
Závaží se pohybuje s konstantním zrychlením, proto dráhu *h* urazí za čas:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = t$$

Po dosazení zrychlení:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot h}{\frac{2 \cdot m_z \cdot g}{m_k + 2 \cdot m_z}}} = t$$

$$\sqrt{\frac{h}{\frac{m_z \cdot g}{m_k + 2 \cdot m_z}}} = t$$

$$\sqrt{\frac{h \cdot (m_k + 2 \cdot m_z)}{m_z \cdot g}} = t$$

2 body

Za tento čas kotouč zrychluje s konstantním úhlovým zrychlením ε:

$$\varepsilon \cdot t = \omega$$

$$\frac{2 \cdot m_z \cdot g}{(m_k + 2 \cdot m_z) \cdot r} \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (m_k + 2 \cdot m_z)}{m_z \cdot g}} = \omega$$

$$\sqrt{\frac{(2 \cdot m_z \cdot g)^2 \cdot h \cdot (m_k + 2 \cdot m_z)}{(m_k + 2 \cdot m_z)^2 \cdot m_z \cdot g \cdot r^2}} = \omega$$

12 bodů

$$\frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot m_z \cdot h \cdot g}{(m_k + 2 \cdot m_z)}} = \omega$$

Číselné řešení:

$$\boxed{\frac{1}{0{,}1} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 9{,}81}{(2 \cdot 0{,}5 + 1)}} = \omega \quad \Rightarrow \quad \omega = 3{,}13 \,\mathrm{rad.s^{-1}}}$$

2 body

B) Řešení pomocí zákona zachování mechanické energie:

Celková mechanická energie soustavy kotouče a závaží je konstantní. Na konci pohybu položme potenciální energii soustavy rovnu nule. Na počátku pohybu byl systém v klidu, tomu odpovídá kinetická energie soustavy rovná 0 a potenciální energie rovná:

$E_p = m_z \cdot h \cdot g$, kde m_z představuje hmotnost závaží a h je vzdálenost, o kterou závaží během pohybu pokleslo.

Kinetická energie na konci pohybu činí:

$E_k = \frac{1}{2} \cdot m_z \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$, kde v je rychlost pohybujícího se závaží, J moment setrvačnosti kotouče a ω úhlová rychlost otáčení kotouče.

Pro moment setrvačnosti kotouče platí:

$J = \frac{1}{2} \cdot m_k \cdot r^2$, kde m_k představuje hmotnost kotouče a r je jeho poloměr.

3 body

Ze zákona zachování mechanické energie lze napsat:

$$E_p = E_k$$

$$m_z \cdot h \cdot g = \frac{1}{2} \cdot m_z \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

$$m_z \cdot h \cdot g = \frac{1}{2} \cdot m_z \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_k \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

$$m_z \cdot h \cdot g = \frac{1}{2} \cdot m_z \cdot v^2 + \frac{1}{4} \cdot m_k \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

3 body

Rychlost pohybu závaží a obvodová rychlost otáčení kotouče jsou stejné. Mezi úhlovou rychlostí otáčení kotouče a obvodovou rychlostí platí vztah:

$$v = \omega \cdot r$$

$$m_z \cdot h \cdot g = \frac{1}{2} \cdot m_z \cdot \omega^2 \cdot r^2 + \frac{1}{4} \cdot m_k \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

$$m_z \cdot h \cdot g = \left(\frac{1}{2} \cdot m_z + \frac{1}{4} \cdot m_k\right) \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

$$\frac{m_z \cdot h \cdot g}{\left(\frac{1}{2} \cdot m_z + \frac{1}{4} \cdot m_k\right) \cdot r^2} = \omega^2$$

$$\boxed{\frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot m_z \cdot h \cdot g}{(2 \cdot m_z + m_k)}} = \omega}$$

12 bodů

Číselné řešení:

$$\boxed{\frac{1}{0{,}1} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 9{,}81}{(2 \cdot 0{,}5 + 1)}} = \omega \quad \Rightarrow \quad \omega = 3{,}13\ \mathrm{rad.s^{-1}}}$$

2 body

2) Na vodorovné desce v zemském tíhovém poli leží závaží o hmotnosti 1 kg. Deska harmonicky kmitá ve svislém směru s periodou 0,5 s a amplitudou 2 cm. Jak se bude s časem měnit tlaková síla, kterou působí závaží na desku?

Řešení:

Pro kmitající desku lze napsat rovnici: $y = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$, kde A je amplituda kmitů a ω úhlová frekvence kmitů.

Pro úhlovou frekvenci platí vztah: $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$, kde *T* představuje periodu kmitů.

2 body

Harmonický pohyb potom popisují rovnice:

$$y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)$$

$$v_y = \dot{y} = A \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)$$

6 bodů

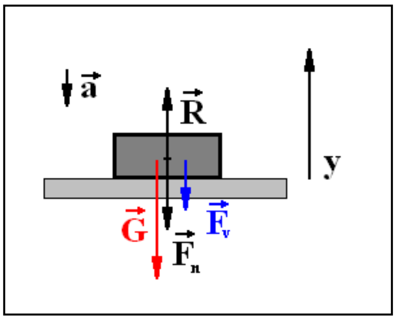
$$a_y = \ddot{y} = \dot{v}_y = -A \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)$$

Pokud se položené závaží pohybuje spolu s deskou, zrychlení závaží je stejné jako desky.

Dle II. Newtonova zákona síla F_v, která toto zrychlení působí má velikost $F_v = m \cdot a$

Situaci zachycuje obrázek:

Tíhová síla *G* se v každém okamžiku rozkládá na sílu F_v působící zrychlení závaží a tlakovou sílu na desku F_n. Proti tlakové síle na podložku F_n působí reakce podložky *R*.



$$m \cdot g = m \cdot a + F_n$$

$$F_n = m \cdot g - m \cdot a$$

$$F_n = m \cdot (g - a)$$

$$F_n = m \cdot \left\{ g - \left[-A \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \right] \right\}$$

$$F_n = m \cdot \left[g + A \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \right]$$

$$\boxed{F_n = m \cdot \left[g + A \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \right]}$$

10 bodů

Číselné řešení:

$$\boxed{F_n = 1 \cdot \left[9{,}81 + 0{,}02 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{0{,}5}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{0{,}5} \cdot t\right) \right]}$$

2 body

Hodnota funkce sinus nabývá hodnot z intervalu -1 až 1. Závaží tlačí na podložku silou v rozmezí 6,66 N až 12,97 N.

3) Při převařování nálevu na konzervované ovoce byl použit vařič o konstantním výkonu, který 4 litry vody počáteční teploty 20°C uvedl do varu za 10 minut. Stanovte, za jak dlouho po nasypání 2 kg cukru teploty 20°C, začne roztok opět vřít. Předpokládejte, že bod varu cukerného roztoku je stejný jako čisté vody. Měrná tepelná kapacita cukru činí 1660 $J.kg^{-1}.K^{-1}$.

Řešení:

Pozn.: Protože teplota má stejné značení písmenem t jako čas, bylo zvoleno pro čas písmeno τ.

Předpokládejme teplotu varu vody za normálních podmínek t_v=100 °C a hustotu vody ρ=1000 kg/m^3. Pro ohřátí 4 litrů vody z 20 °C na teplotu varu je třeba dodat teplo o velikosti:

$Q_v = c_v \cdot m_v \cdot (t - t_0) \quad \Rightarrow \quad Q = c_v \cdot \rho \cdot V \cdot (t - t_0)$, kde c_v představuje měrnou tepelnou kapacitu vody.

3 body

Ze známé doby ohřevu samotné vody τ_1 lze stanovit výkon vařiče:

$$P \cdot \tau_1 = c_v \cdot \rho \cdot V \cdot (t - t_0) \quad \Rightarrow P = \frac{c_v \cdot \rho \cdot V \cdot (t - t_0)}{\tau_1}$$

3 body

Po nasypání cukru o teplotě 20 °C se voda ochladí, protože část svého tepla předá cukru. Aby roztok opět vřel, je třeba zajistit, aby teplota cukerného roztoku stoupla zpět na 100 °C. To předpokládá teplotu cukru také 100 °C. Pro jednoduchost si lze představit situaci, tak, že cukr žádné teplo od vody nepřijímá, ale veškeré teplo přijímá pouze od vařiče. Teplo potřebné k ohřátí zadaného množství cukru z počáteční teploty na bod varu vody činí:

$Q_c = c_c \cdot m_c \cdot (t - t_0)$, kde c_v představuje měrnou tepelnou kapacitu cukru a m_c hmotnost cukru

Pro dobu mezi nasypáním a opětovným varem lze napsat vztah:

$$P \cdot \tau_2 = c_c \cdot m_c \cdot (t - t_0) \quad \Rightarrow \quad \tau_2 = \frac{c_c \cdot m_c \cdot (t - t_0)}{P} \quad \Rightarrow \quad \tau_2 = \frac{c_c \cdot m_c \cdot (t - t_0)}{\frac{c_v \cdot \rho \cdot V \cdot (t - t_0)}{\tau_1}}$$

Po úpravě se vztah zjednoduší:

$$\boxed{\tau_2 = \frac{c_c \cdot m_c \cdot (t - t_0)}{c_v \cdot \rho \cdot V \cdot (t - t_0)} . \tau_1 \quad = \quad \frac{c_c \cdot m_c}{c_v \cdot \rho \cdot V} . \tau_1}$$

12 bodů

Číselné řešení:

$$\boxed{\tau_2 = \frac{1660 \cdot 2}{4200 \cdot 1000 \cdot 0{,}004} .10 \quad = \quad 1{,}976 \min = 1 \min 58 s}$$

2 body

4) Cívkou po připojení stejnosměrného napětí 100 V prochází elektrický proud 5 A. Po připojení téže cívky ke střídavému napětí 100 V o frekvenci 50 Hz prochází cívkou proud o velikosti 400 mA? Stanovte indukčnost cívky. Jak velký bude fázový úhel mezi proudem a napětím?

Řešení:

Při připojení cívky na stejnosměrné (DC) napětí procházející velikost proud cívkou závisí pouze na odporu vinutí cívky. Z Ohmova zákona lze stanovit odpor vinutí *R*:

$$R = \frac{U_{DC}}{I_{DC}}$$

1 bod

(Pozn.: Počítáme s efektivními hodnotami)

Při připojení cívky na střídavé (AC) napětí velikost proudu procházejícího cívkou závisí na impedanci cívky *Z*:

$I_{AC} = \frac{U_{AC}}{Z}$ Odtud lze stanovit impedanci cívky *Z*: $Z = \frac{U_{AC}}{I_{AC}}$

1 bod

Pro impedanci cívky platí vztah: $Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (\omega.L)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (2.\pi.f.L)^2}$,

kde *f* je frekvence střídavého napětí a *L* indukčnost cívky.

Po dosazení impedance do vztahu pro velikost proudu cívkou získáme:

$$\sqrt{\left(\frac{U_{DC}}{I_{DC}}\right)^2 + (2.\pi.f.L)^2} = \frac{U_{AC}}{I_{AC}} \Rightarrow \left(\frac{U_{DC}}{I_{DC}}\right)^2 + (2.\pi.f.L)^2 = \left(\frac{U_{AC}}{I_{AC}}\right)^2 \Rightarrow (2.\pi.f.L)^2 = \left(\frac{U_{AC}}{I_{AC}}\right)^2 - \left(\frac{U_{DC}}{I_{DC}}\right)^2$$

$$\boxed{2.\pi.f.L = \sqrt{\left(\frac{U_{AC}}{I_{AC}}\right)^2 - \left(\frac{U_{DC}}{I_{DC}}\right)^2} \Rightarrow L = \frac{1}{2.\pi.f} \cdot \sqrt{\left(\frac{U_{AC}}{I_{AC}}\right)^2 - \left(\frac{U_{DC}}{I_{DC}}\right)^2}}$$

8 bodů

Pro fázový posun napětí a proudu platí vztah: $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{X_L}{R}$, který lze upravit do podoby:

$$\boxed{\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{2.\pi.f.L}{\frac{U_{DC}}{I_{DC}}}\right) \text{ nebo lze upravit } \varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{2.\pi.f.L.I_{DC}}{U_{DC}}\right)}$$

6 bodů

Číselné řešení:

$$\boxed{L = \frac{1}{2.\pi.50} \cdot \sqrt{\left(\frac{100}{0{,}4}\right)^2 - \left(\frac{100}{5}\right)^2} = 0{,}793\,\mathrm{H} = 793\,\mathrm{mH}}$$

2 body

$$\boxed{\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{2.\pi.50.0{,}793.5}{100}\right) = 85{,}41° = 85°\,24'}$$

2 body

Jedná se o cívku. Napětí se předbíhá před proudem.

5) Dutým sférickým zrcadlem zobrazujeme předmět. Do jaké vzdálenosti od vrcholu zrcadla je třeba umístit na optické ose předmět, aby jeho obraz byl skutečný, dvakrát zvětšený a převrácený? Poloměr křivosti zrcadla činí 60 cm. Řešte výpočtem i graficky.

Řešení:

Pro výpočet použijeme zobrazovací rovnici:

$\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$, kde *f* je ohnisková vzdálenost zrcadla, *a* vzdálenost předmětu a *b* vzdálenost obrazu.

Pro ohniskovou vzdálenost *f* sférického zrcadla platí vztah: $f=\frac{r}{2}$, kde *r* je poloměr křivosti zrcadla.

Dle znaménkové konvence je poloměr dutého zrcadla kladné číslo.

Pro příčné zvětšení platí: $Z=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}$

3 body

Pro převrácený obraz je hodnota zvětšení záporné číslo (zde tedy *Z*= -*2*).

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{r}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$$

$$Z=-\frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad b=-Z\cdot a$$

$$\frac{2}{r}=\frac{1}{a}+\left(-\frac{1}{Z\cdot a}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{r}=\frac{1}{a}-\frac{1}{Z\cdot a}$$

$$2\cdot Z\cdot a=Z\cdot r-r$$

$$2\cdot Z\cdot a=(Z-1)\cdot r$$

$$\boxed{a=\frac{r\cdot(Z-1)}{2\cdot Z}}$$

10 bodů

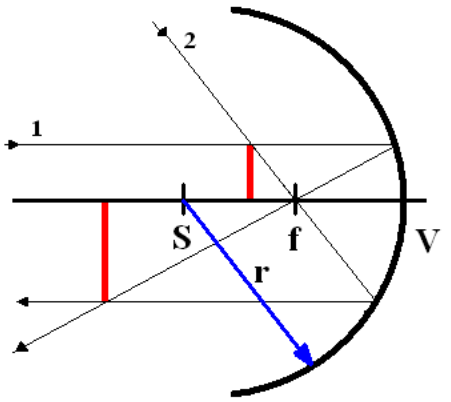
Číselné řešení:

$$\boxed{a=\frac{0{,}6\cdot(-2-1)}{2\cdot(-2)}=\frac{0{,}6\cdot(-3)}{-4}=0{,}45\,\mathrm{m}=45\,\mathrm{cm}}$$

2 body

Grafické řešení:

postačí náčrtek situace:



5 bodů