Přijímací zkoušky do navazujícího magisterského studia **Učitelství fyziky pro 2. stupeň ZŠ** a **Učitelství fyziky pro SŠ** pro akademický rok 2010/2011

1) Při akceleračních závodech startuje závodní automobil z klidu a měří se čas, za který urazí dráhu 400 m. Dosažený čas činil 8 s. Vypočtěte zrychlení automobilu *a*, rychlost *v* a výkon motoru *P* v okamžiku průjezdu cílem. Úlohu řešte za předpokladu, že hmotnost automobilu *m* = 2000 kg a výkon motoru byl po celou dobu závodu konstantní. Odpor prostředí zanedbejte.

Řešení:

Pokud je výkon motoru konstantní, pak za čas *t* vykoná práci *P.t*, která se přemění v kinetickou energii automobilu (Akcelerační závody se jezdí na rovných úsecích bez sklonu, proto se energie potenciální nezmění).

$P.t = \frac{1}{2}.mv^2$ odtud se dá vyjádřit závislost rychlosti na čase: $\boxed{v = \sqrt{\frac{2.P.t}{m}}}$ **4 body**

Uraženou dráhu lze vyjádřit: $s = \int_0^t \sqrt{\frac{2.P.t}{m}}.dt = \sqrt{\frac{2.P}{m}}.\int_0^t \sqrt{t}.dt = \sqrt{\frac{2.P}{m}}.\left[\frac{2}{3}.t^{\frac{3}{2}}\right]_0^t$

$$s = \frac{2}{3}.\sqrt{\frac{2.P}{m}}.t^{\frac{3}{2}}$$

7 bodů

Známe uraženou dráhu *s* = 400 m a čas *t* = 8 s a jsme schopni vyjádřit potřebný výkon *P*.

$$\boxed{P = \frac{9.m.s^2}{8.t^3}}$$

3 body

Zrychlení v cíli je rovno tečnému zrychlení: $\boxed{a_t = \frac{dv}{dt} = \sqrt{\frac{2.P}{m}}.\frac{1}{2}.t^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{P}{2.m.t}}}$ **3 body**

Číselné řešení:

$$\boxed{P = \frac{9.m.s^2}{8.t^3} = \frac{9.2000.400^2}{8.8^3} = 705000\ \mathrm{W} = 705\ \mathrm{kW}}$$

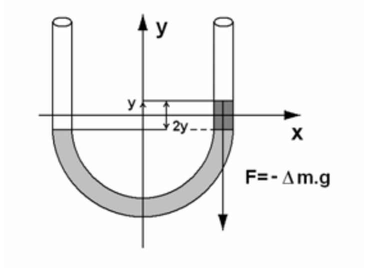
$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2.705.10^3.8}{2000}} = 75\ \mathrm{m.s^{-1}} = 270\ \mathrm{km.h^{-1}}}$$

$$\boxed{a_t = \sqrt{\frac{705.10^3}{2\ .\ 2000\ .\ 8}} = 4{,}69\ \mathrm{m.s^{-1}}}$$

3 body

2) Rtuť se nalézá v trubici tvaru U. Vychýlí-li se rtuť z rovnovážné polohy, začne vykonávat kmitavý pohyb. Určete periodu kmitání, je-li celková délka sloupce rtuti v trubici $l = 8$ cm. Tření zanedbejte.

Řešení:



Situaci zachycuje obrázek:

Za kmitání sloupce kapaliny je odpovědná vratná síla: $F = -\Delta m.g$

Při zanedbání odporových sil vypadá pohybová rovnic systému:

$m.a = -\Delta m.g$

Rozdíl hmotností kapaliny v pravé a levé trubici vyjádříme: $\Delta m = S.\rho.2.y$, kde *S* je plocha průřezu trubice a ρ je hustota kapaliny.

Hmotnost celé kapaliny v trubici vyjádříme: $m = S.\rho.l$, kde *l* je délka celého kapalinového sloupce (je zadáno).

5 bodů

Pohybovou rovnici řešíme takto:

$$\boxed{\begin{aligned} &m.a = -\Delta m.g \\ &S.\rho.l.\frac{d^2y}{dt^2} = -S.\rho.2.y.g \\ &S.\rho.l.\frac{d^2y}{dt^2} + S.\rho.2.y.g = 0 \\ &\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{S.\rho.2.g}{S.\rho.l}.y = 0 \\ &\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2.g}{l}.y = 0 \end{aligned}}$$

Máme diferenciální rovnici bez pravé stravy

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2.g}{l}.y = 0$$

8 bodů

⇨ **řešení v podobě malých kmitů je známé.**

$$\boxed{\frac{2.g}{l} = \omega^2}$$

Pro periodu kmitů vyjde výsledný výraz: $\boxed{T = 2.\pi.\sqrt{\frac{l}{2.g}}}$

5 bodů

Číselné řešení:

2 body

$$\boxed{T = 2.\pi.\sqrt{\frac{0{,}08}{2.9{,}81}} = 0{,}4\ \text{s}}$$

3) Na autogenní svár se spotřebovalo 3,2 kg kyslíku z jedné tlakové nádoby. Jaký minimální objem musí mít tato nádoba, jestliže materiál, z něhož je vyrobena, snese přetlak maximálně 14,7 MPa ? Teplota plynu je stále 17°C.

Řešení:

Vyjde se ze stavové rovnice ideálního plynu v jednom ze dvou tvarů:

(1) $p\,.\,V = n\,.\,R\,.\,T$

(2) $p\,.\,V = N\,.\,k\,.\,T$

3 body

R je univerzální plynová konstanta, *k* je Boltzmanova konstanta.

Látkové množství plynu *n* v rovnici (1) se dá vyjádřit pomocí molární hmotnosti plynu: $n = \frac{m}{M}$, kde M je molární hmotnost plynu.

Počet molekul *N* v rovnici (2) se vyjádří jako: $N = n.N_A = \frac{m}{M}.N_A$, kde N_A je Avogadrova konstanta.

Stavová rovnice (1) přejde v tvar: $p.V = \frac{m}{M}.R.T$, který upravíme do podoby: $\boxed{V = \frac{m.R.T}{M.p}}$

Nebo

Stavová rovnice (2) přejde v tvar: $p.V = \frac{m}{M}.N_A.k.T$, který upravíme do podoby:

$\boxed{V = \frac{m.N_A.k.T}{M.p}}$

8 bodů

Obě řešení jsou ekvivalentní a správná!

Číselné řešení:

Kyslík tvoří dvouatomové molekuly, molární hmotnost molekuly:

$M_{0_2} = 2.M_0 \Rightarrow M_{0_2} = 2.16\ \mathrm{g.mol^{-1}} = 32.10^{-3}\ \mathrm{kg.mol^{-1}}$

4 body

$$\boxed{V = \frac{3{,}2.8{,}314.290}{32.10^{-3}.14{,}7.10^{6}} = 0{,}0164\ \mathrm{m^3} = \underline{\underline{16{,}4\ \text{litru}}}}$$

5 bodů

4) Cívkou o indukčnosti 0,1 H prochází při stejnosměrném napětí 100 V elektrický proud 5 A. Jak velký elektrický proud bude procházet cívkou při střídavém napětí 100 V o frekvenci 50 Hz ? Jaký bude fázový posun proudu a napětí ?

Řešení:

Při připojení cívky na stejnosměrné (DC) napětí procházející velikost proud cívkou závisí pouze na odporu vinutí cívky. Z Ohmova zákona lze stanovit odpor vinutí *R*:

$$R = \frac{U_{DC}}{I_{DC}}$$

2 body

(Pozn.: Počítáme s efektivními hodnotami)

Při připojení cívky na střídavé (AC) napětí velikost proudu procházejícího cívkou závisí na impedanci cívky *Z*:

$$I_{AC} = \frac{U_{AC}}{Z}$$

2 body

Pro impedanci cívky platí vztah: $Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (\omega.L)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (2.\pi.f.L)^2}$, kde *f* je frekvence střídavého napětí a L indukčnost cívky.

Po dosazení impedance do vztahu pro velikost proudu cívkou získáme:

$$\boxed{I_{AC} = \frac{U_{AC}}{\sqrt{\left(\frac{U_{DC}}{I_{DC}}\right)^2 + (2.\pi.f.L)^2}}}$$

6 bodů

Pro fázový posun napětí a proudu platí vztah: $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{X_L}{R}$, který lze upravit do podoby:

$$\boxed{\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{2.\pi.f.L}{\frac{U_{DC}}{I_{DC}}}\right) \text{ nebo lze upravit } \varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{2.\pi.f.L.I_{DC}}{U_{DC}}\right)}$$

6 body

Číselné řešení:

$$\boxed{I_{AC} = \frac{100}{\sqrt{\left(\frac{100}{5}\right)^2 + (2.\pi.50.0{,}1)^2}} = 2{,}685 \text{ A}}$$

4 bodů

$$\boxed{\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{2.\pi.50.0{,}1}{\frac{100}{5}}\right) = 57{,}5° \text{ tj. } 57°31'6''}$$ Napětí se předbíhá před proudem.

5) Tenká skleněná čočka vyrobená ze skla o indexu lomu 1,5 má optickou mohutnost 5 dioptrií. Jakou optickou mohutnost bude mít tato čočka ponořená do kapaliny o indexu lomu $4/3$?

Řešení:

Pro výpočet optické mohutnosti tenké čočky z jejích geometrických rozměrů platí vztah:

$\varphi = \left(\frac{n_1}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$, kde r_1 a r_2 jsou poloměry kulových ploch čočky, n_1 index lomu materiálu čočky (nejčastěji sklo) a n_0 index lomu prostředí v němž je čočka umístěná.

Pro situaci umístění čočky na vzduchu platí:

5 bodů

(1) $$\varphi_1 = \left(\frac{n_1}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

Pro umístění v kapalině:

(2) $$\varphi_2 = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$, kde n_2 je index lomu kapaliny

Druhá závorka je v obou rovnicích stejná (rozměry a tvar čočky se při ponoření do kapaliny nezmění). Z rovnice (1) vyjádříme právě druhou závorku a vyjádření dosadíme do rovnice (2).

$$\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{\varphi_1}{\left(\frac{n_1}{n_0} - 1\right)} \Rightarrow \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{\varphi_1}{\left(\frac{n_1 - n_0}{n_0}\right)} \Rightarrow \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{n_0 . \varphi_1}{n_1 - n_0}$$

$$\varphi_2 = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \varphi_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \varphi_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_2} . \frac{n_0 . \varphi_1}{n_1 - n_0}$$

$$\boxed{\varphi_2 = \frac{n_0 . (n_1 - n_2)}{n_2 . (n_1 - n_0)} . \varphi_1}$$

10 bodů

Číselné řešení:

Index lomu vzduchu je $n_0 = 1$

$$\boxed{\varphi_2 = \frac{1 . \left(1{,}5 - 4/3\right)}{4/3 . (1{,}5 - 1)} . 5 = 1{,}25 \text{ D}}$$

5 bodů