



Časově-frekvenční analýza cyklických hluků a vibrací

Karel Vokurka

Technická univerzita v Liberci, Katedra fyziky, Studentská 2, 461 17 Liberec

karel.vokurka@tul.cz

Abstract Traditional spectral analysis is based on assumption of analysed signal stationarity and hence it yields time independent results. However, in the case of a number of vibrations and noises generated by cyclically working machines it is possible to make use of their cyclic character and obtain time-frequency representation showing spectral vibration and noise composition in any time instant. Information content of these statistical characteristics is significantly higher, which can be used in a number of applications. In the paper suitable algorithms for computation of complex instantaneous autospectrum are given and pre-processing methods of vibration and noise signals measured on cyclically working machinery are discussed. Pre-processing is necessary to cyclostationarize real signals. The methods are illustrated by time-frequency statistical characteristics of passenger car gearbox vibration.

1 ÚVOD

Celá řada strojů a zařízení pracuje cyklicky. Vibrace a hluky, které vznikají za jejich chodu, proto mají cyklický charakter, tj. mají určité rysy, které se více či méně pravidelně opakují. Z tohoto důvodu je budeme nazývat cyklické vibrace a hluky. Periodické vibrace a hluky, které podle definice [1] musí vyhovovat následující rovnici

$$x(t) = x(t + kT_p) \quad , \quad (1)$$

pak představují mezní případ cyklických vibrací a hluků. Ve vztahu (1) je $x(t)$ časový průběh analyzovaného signálu, T_p je základní perioda a k celé číslo.

Tradiční přístup používaný při analýze cyklických vibrací a hluků je založen na předpokladu jejich stacionárnosti. To však znamená, že vypočtené statistické charakteristiky, jako jsou např. autospektrální hustoty, nezávisí na čase. I když tento přístup poskytuje v celé řadě aplikací uspokojivé výsledky, někdy může být výhodnější znát časově-frekvenční statistické charakteristiky. Ty totiž umožňují sledovat

spektrální složení vibrací a hluku v průběhu pracovního cyklu a tudíž i umožňují přiřadit určitým dějům nastávajícím během cyklu odpovídající spektrální složky.

Existuje celá řada časově-frekvenčních reprezentací cyklických signálů [2]. Zde se omezíme na komplexní okamžité autospektrum, které lze u cyklostacionárních signálů snadno stanovit. Stroje a zařízení však obvykle generují vibrace a hluky, které nejsou cyklostacionární, ale pouze cyklické. Proto musí být příslušné signály pro analýzu buď vhodně zaznamenány, nebo upraveny. V příspěvku je diskutována celá řada otázek souvisejících s časově-frekvenční analýzou cyklických vibrací a hluků. Jako konkrétní příklad je pak uvedena analýza vibrací naměřených na převodovce osobního automobilu.

2 KOMPLEXNÍ OKAMŽITÉ AUTOSPEKTRUM

Časově proměnná funkce $x(t)$ se nazývá cyklostacionární, jestliže její dvojnásobná autokorelační funkce $R_{xx}(t_1, t_2)$ je periodická pro obě proměnné, tj. [1]

$$R_{xx}(t_1, t_2) = R_{xx}(t_1 + mT_p, t_2 + nT_p). \quad (2)$$

Zde T_p je základní perioda cyklostacionárnosti a m, n jsou celá čísla.

Pro analýzu cyklostacionárních signálů jako nestacionárních signálů lze použít celou řadu statistických charakteristik [3]. V časové oblasti můžeme definovat dvě autokorelační funkce. První je dvojnásobná autokorelační funkce čas-čas signálu $x(t)$, kterou lze vypočítat s použitím následujícího vztahu

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] \quad (3)$$

Zde $E[\cdot]$ označuje operaci průměrování. V případě cyklostacionárních signálů lze operaci průměrování uskutečnit přes různé cykly signálu.

Dvojnásobná autokorelační funkce čas-časový posuv je definována vztahem

$$R_{xx}(\tau, t) = E[x(t - \tau/2)x(t + \tau/2)] \quad (4)$$

Ve frekvenční oblasti lze definovat dvě další statistické charakteristiky. Jestliže označíme $X(f)$ Fourierovu transformaci signálu $x(t)$, dvojnásobná autospektrální hustota kmitočet-kmitočet může být stanovena s použitím vztahu

$$S_{xx}(f_1, f_2) = E[X^*(f_1)X(f_2)] \quad (5)$$

Zde X^* je komplexně sdružená veličina k X . Dále můžeme definovat dvojnásobnou autospektrální hustotu kmitočet-kmitočtový posuv pomocí vztahu

$$S_{xx}(f, \alpha) = E[X^*(f - \alpha/2)X(f + \alpha/2)] \quad (6)$$

Velice užitečnou vlastností nestacionárního přístupu je možnost získat časově-frekvenční statistické charakteristiky cyklostacionárních signálů. Můžeme je získat

buď přímou Fourierovou transformací z dvojnásobných autokorelačních funkcí, nebo pomocí zpětné Fourierovy transformace z dvojnásobných autospektrálních hustot. V závislosti na tom, která charakteristika byla použita jako výchozí, získáme buď komplexní okamžité autospektrum

$$W_{xx}(f_1, t_2) = \int R_{xx}(t_1, t_2) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 \quad , \quad (7)$$

$$W_{xx}(f_1, t_2) = \int S_{xx}(f_1, f_2) e^{j2\pi f_2 t_2} df_2 \quad , \quad (8)$$

nebo reálné okamžité autospektrum

$$W_{xx}(f, t) = \int R_{xx}(\tau, t) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad , \quad (9)$$

$$W_{xx}(f, t) = \int S_{xx}(f, \alpha) e^{j2\pi t \alpha} d\alpha \quad . \quad (10)$$

Všechny uvedené statistické charakteristiky mají celou řadu zajímavých vlastností a mohou být výhodně používány pro konkrétní účely. Blíže si zde nyní všimneme komplexního okamžitého autospektra.

Statistická charakteristika $W_{xx}(f_1, t_2)$ je komplexní funkcí kmitočtu a času. Kromě toho může nabývat i negativních hodnot. Nejedná se proto o spektrální hustotu. Neobsahuje však umělé složky (artefakty) znesnadňující její interpretaci a lze ji získat s libovolným časovým a kmitočtovým rozlišením. A co je nejdůležitější, velmi zřetelně ukazuje hledané časově-frekvenční chování signálu. Dále budeme pracovat s modulem (absolutní hodnotou) komplexního okamžitého autospektra. Protože to je nezáporná funkce času a frekvence, je to nyní již spektrální hustota. A jak již bylo řečeno, protože neobsahuje artefakty, můžeme ji snadno interpretovat.

3 CYKLOSTACIONARIZACE SIGNÁLU

Základním předpokladem pro výpočet dvojnásobné autokorelační funkce $R_{xx}(t_1, t_2)$ je cyklostacionárnost analyzovaného signálu. To znamená, že během každého cyklu musí být signál navzorkován ve stejném počtu bodů a tyto body v rozmezí každého cyklu musí odpovídat vždy stejné poloze (fázi). U skutečných signálů se však trvání různých cyklů a poloha vzorků uvnitř cyklu mohou cyklus od cyklu měnit. Proto je zapotřebí cyklické signály cyklostacionarizovat. To vyžaduje buď použít zvláštní postup při zaznamenávání signálů, nebo již zaznamenané signály vhodně upravit, případně použít kombinaci obou postupů.

V prvním případě se používá elektrooptický snímač spojený se zvolenou hřídelí sledovaného stroje. Vždy při natočení hřídele stroje o určitý velmi malý úhel snímač

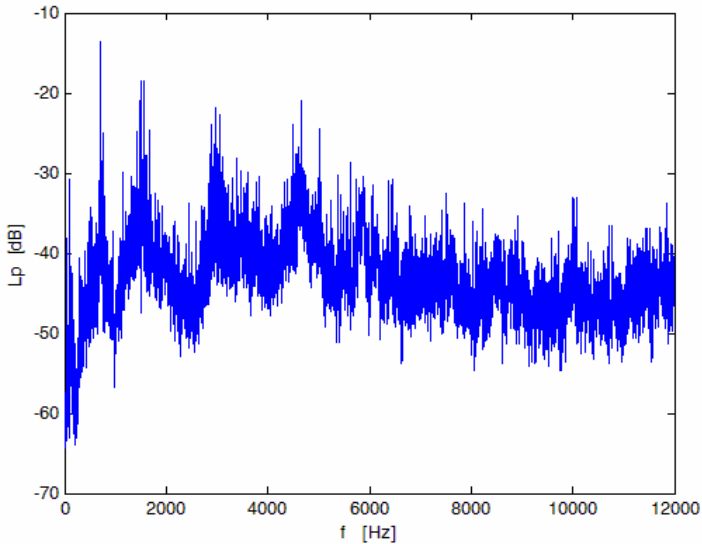
vyšle impuls. Impulsy se pak používají pro vnější řízení A/D převodníku. Tímto způsobem lze zaznamenat stejný počet vzorků během každého cyklu nezávisle na otáčkách hřídele. A vzorky jsou odebírány v každém cyklu vždy ve stejné poloze hřídele. Tato metoda je velmi vhodná obzvláště tehdy, když se úhlová rychlost hřídele mění v rozmezí i jednotlivých cyklů, což nastává např. u spalovacích motorů.

Druhá metoda je založena na převzorkování již zaznamenaného signálu. V tomto případě se měřený signál vzorkuje s konstantní vzorkovací frekvencí. Současně se vzorky se zaznamenávají i tachopulsy (obvykle jeden tachopuls na otáčku hřídele). Trvání každého cyklu a jeho krajní body jsou přesně definovány dvěma po sobě následujícími tachopulsy. Nové vzorky uvnitř cyklu lze pak spočítat s použitím vhodné interpolační metody. Takto vypočítané vzorky již budou vyhovovat požadavku na konstantní počet vzorků i odpovídající polohu v každém cyklu.

4 ANALÝZA VIBRACÍ PŘEVODOVKY

Jako konkrétní příklad na použití popisované metody budou uvedeny výsledky získané během zkoušek převodovky osobního automobilu. Měřená převodovka měla tři hřídele (vstupní, hlavní a výstupní). Pro analýzu byl použit signál ze snímače zrychlení vibrací (akcelerometru). Signál byl zaznamenán při otáčkách vstupního hřídele $3\,000\text{ min}^{-1}$, zatížení 20 Nm a zařazeném třetím převodovém stupni.

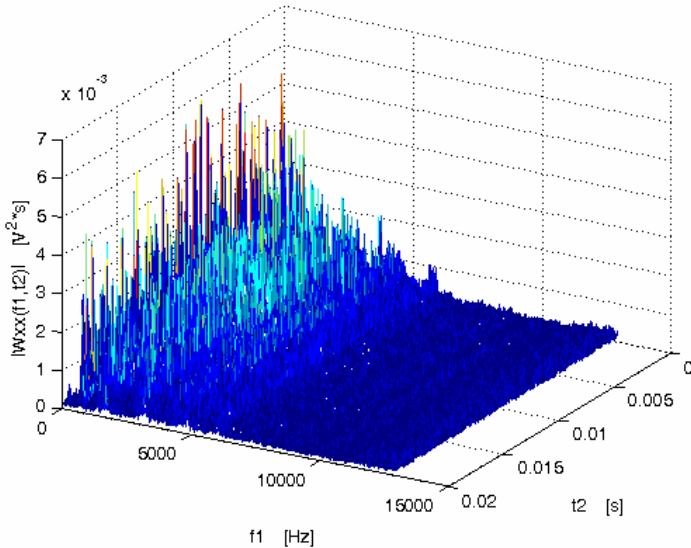
Signál z akcelerometru byl zaznamenán pomocí analyzátoru signálů. Vzorkovací frekvence byla nastavena na 32 768 Hz, délka zaznamenávaného signálu byla 2 s (což odpovídá 65 536 vzorkům). Současně se záznamem vibrací byly rovněž nahrávány tachopulsy odvozené od vstupního hřídele.



Obrázek 1. Autospektrální hustota $P_{xx}(f)$ zrychlení vibrací převodovky osobního automobilu

Příklad autospektrální hustoty $P_{xx}(f)$ zrychlení vibrací je uveden na obr. 1. Z obrázku 1 je zřejmá značně složitá struktura autospektra, které sestává z velkého počtu diskretních složek, odpovídajících třem hřidelovým frekvencím a jejich vyšším harmonickým, dvěma zubovým frekvencím a jejich vyšším harmonickým a rozsáhlým postranním pásem v okolí zubových frekvencí a jejich harmonických.

Autospektrální hustota $P_{xx}(f)$ je velmi důležitá statistická charakteristika, kterou lze poměrně snadno spočítat i interpretovat. Bohužel nic neříká o vývoji měřeného autospektra s časem.

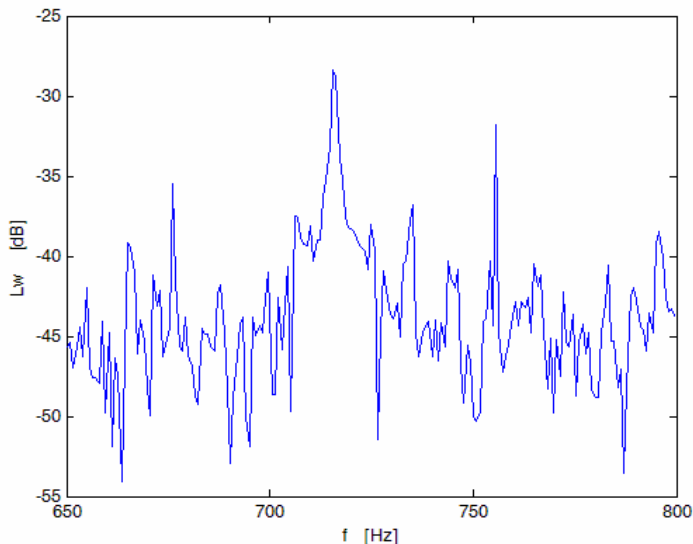


Obrázek 2. Absolutní hodnota komplexního okamžitého autospektra $|W_{xx}(f_1, t_2)|$ zrychlení vibrací převodovky

V následujícím textu stručně uvedeme výsledky časově-frekvenční analýzy zrychlení vibrací převodovky. I když během měření byly otáčky vstupního hřídele udržovány konstantní, tachopulsy přesto ukázaly určitý stupeň kolísání velikosti otáček. Kromě toho se měnil výskyt vzorků během cyklu. Před další analýzou bylo proto nutné zaznamenaný signál upravit převzorkováním.

Z průběhu autospektrální hustoty $P_{xx}(f)$ lze očekávat, že i komplexní okamžité autospektrum $W_{xx}(f_1, t_2)$ bude mimořádně složité. Proto zde uvedeme výsledky výpočtu pouze s poměrně hrubým frekvenčním rozlišením přibližně 50 Hz. Absolutní hodnota vypočteného komplexního okamžitého autospektra je uvedena na obr. 2.

I při tomto poměrně hrubém frekvenčním rozlišení lze na obr. 2 pozorovat, že vypočtená statistická charakteristika je značně nepřehledná. Pro vlastní analýzu je proto nutné používat řezy v požadovaných časových okamžicích a s vyšším frekvenčním rozlišením. Příklad takového řezu je uveden na obr. 3.



Obrázek 3. Řez komplexním okamžitým autospektrém $|W_{xx}(f_1, t_2)|$, ukazující průběh frekvenčního spektra v čase $t_2 = 10$ ms

Na obr. 3 je ukázána frekvenční závislost (řez) absolutní hodnoty komplexního okamžitého autospektra $|W_{xx}(f_1, t_2)|$ v čase $t_2 \approx 10$ ms a v blízkosti první zubové frekvence. Časové rozlišení této charakteristiky je $\Delta t = 30,772 \mu\text{s}$, frekvenční rozlišení je rovno $\Delta f = 0,787$ Hz. Na obr. 3 je vidět, že i na řezu lze pozorovat základní rysy autospektra, jako jsou např. zubové frekvence a rozsáhlé rodiny postranních pásem. Poznamenejme, že za podmínek, při kterých probíhalo měření, je střední hodnota periody základního cyklu rovna $T_b = 1,187$ s a střední hodnoty hřidelových period $T_{s1} = 19,866$ ms, $T_{s2} = 25,180$ ms a $T_{s3} = 104,930$ ms.

5 ZÁVĚR

V příspěvku bylo ukázáno, že komplexní okamžité autospektrum je velice užitečný nástroj pro analýzu cyklických signálů. Časové a frekvenční rozlišení této charakteristiky jsou omezeny pouze dostupným přístrojovým vybavením a časem, který jsme ochotni věnovat analýze. Charakteristika neobsahuje umělé složky (artefakty) a podél kmitočtové osy poskytuje výsledky velmi podobné těm, které lze získat při tradiční spektrální analýze. Nyní ovšem spektrální složky závisí na čase.

V případě signálů naměřených na strojích je nezbytné signál předem upravit (cyklostacionarizovat). To lze uskutečnit např. převzorkováním. Pro tento účel je nutné zaznamenat alespoň jeden tachopuls na cyklus. V případě záznamu více

tachopulsů bychom samozřejmě dosáhli vyšší přesnosti převzorkování. Vzorkovací frekvence by se měla volit co nejvyšší. Vzhledem k tomu, že pro průměrování jsou však zapotřebí dlouhé časové záznamy, bude volba délky záznamu a vzorkovací frekvence vždy představovat určitý kompromis.

Zde uváděné experimentální výsledky byly získány na převodovce, která neměla žádnou závadu. V současné době se proto připravují měření na převodovkách s určitými závadami, např. s poškozeným zubem. Očekáváme, že výkonnost diskutované metody se prokáže právě při spolehlivé detekci těchto závad. Rovněž se připravuje porovnání zde studované metody s poněkud odlišnou metodou vyvinutou Tůmou [4].

PODĚKOVÁNÍ

Práce popisované v příspěvku jsou financované v rámci výzkumného záměru MSM4674788501.

LITERATURA

- [1] W. A. Gardner, *Statistical spectral analysis – a nonprobabilistic theory*. Prentice Hall, Englewood Cliffs 1987.
- [2] K. Vokurka, Comparison of methods for analysis of cyclostacionary noise, in: *16th International Congress on Acoustics*, Seattle 1998, sv. 1, 629–630.
- [3] J. S. Bendat and A. G. Piersol, *Random data analysis and measurement procedures*. Wiley, New York 1986.
- [4] J. Tůma, Gearbox quality tests based on noise and vibration measurements, in: *Metrology in Quality Assurance Systems*, Kielce 1998, 221–230.