

Časově-frekvenční analýza cyklických hluků

Karel Vokurka

Katedra fyziky, Technická univerzita v Liberci, Hálkova 6, 461 17 Liberec
e-mail: karel.vokurka@vslib.cz

Abstract: Time-frequency analysis of cyclic noise is considered. A new approach based on autocorrelation component functions and autospectral component densities is presented. It is shown that in this way a better understanding of the time-frequency statistical characteristics can be gained. Theoretical results obtained are illustrated with an example of automotive gearbox vibration analysis.

1. Úvod

Hluky se obvykle dělí na ustálené (stacionární) a přechodné (nestacionární) [1,2]. Nejdůležitější statistickou charakteristikou ustáleného hluku je autospektrální výkonová hustota, která je funkcí pouze kmitočtu a nezávisí tudíž na čase. V případě přechodného hluku lze stanovit autospektrální energetickou hustotu [2], která je opět funkcí pouze kmitočtu a rovněž nezávisí na čase. Tato nezávislost na čase je zde ovšem závažným nedostatkem, neboť spektrální složení přechodného hluku se může s časem měnit. Proto je v poslední době věnována značná pozornost nalezení metod, které umožňují sledovat vývoj spektra přechodného hluku i v závislosti na čase, tj. metod, které umožňují stanovit časově-frekvenční reprezentaci hluku [3].

Právě uvedené rozdělení hluků na ustálené a přechodné však nevyčerpává všechny možnosti. Např. celá řada strojů a zařízení pracuje cyklicky. Hluky, které vznikají při jejich chodu proto mají cyklický charakter, tj. mají určité rysy, které se více či méně pravidelně opakují. (Zde je na místě terminologická poznámka. Cyklický huk je širší pojem než periodický huk. Zatímco periodický huk předpokládá přesné opakování, cyklický huk zahrnuje i určitou náhodnost).

Cyklické hluky mají ze statistického pohledu jednu velmi zajímavou vlastnost. Lze totiž zvolit, zda budou považovány buď za stacionární, nebo za nestacionární [4]. Tradiční přístup používaný při jejich analýze vychází z předpokladu stacionárnosti. Nalezená autospektrální hustota je pak nezávislá na čase a je tvořená diskrétními složkami přeloženými přes spojité spektrum. Každý, kdo se zabývá spektrální analýzou hluků tento tvar spektra důvěrně zná. Považuje-li se však cyklický huk za nestacionární, je možné stanovit, jak se jeho spektrální složení mění s časem (během cyklu) a získá se tak mnohem detailnější popis.

Existuje několik časově-frekvenčních statistických charakteristik cyklických hluků [5]. V současné době jsou nejlépe prostudovány komplexní okamžité autospektrum, reálné okamžité autospektrum a hradlované autospektrum. V dřívějších příspěvcích [5, 6] byl popsán přímý výpočet

a vlastnosti okamžitého autospektra. Zde bude uveden alternativní postup výpočtu přes složkové funkce. Tento postup má výhodu, že umožňuje lépe porozumět struktuře této statistické charakteristiky. Odvozené vztahy budou ilustrovány na příkladu časově-frekvenční analýzy vibrací převodovky osobního automobilu.

2. Složková reprezentace cyklického hluku

Uvažujme nestacionární huk $x(t)$. Dvojnásobnou autokorelační funkci $R_{xx}(t_1, t_2)$ tohoto hluku lze stanovit pomocí vztahu [2]:

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] . \quad (1)$$

Zde $E[\]$ představuje operaci průměrování na množině realizací.

Jestliže dvojnásobná autokorelační funkce $R_{xx}(t_1, t_2)$ je periodickou funkcí obou proměnných, tj. pokud platí

$$R_{xx}(t_1, t_2) = R_{xx}(t_1 + mT_p, t_2 + nT_p) , \quad (2)$$

pak se huk $x(t)$ nazývá cyklostacionární [4]. Ve výrazu (2) je T_p základní perioda cyklostacionárnosti a m, n jsou celá čísla. V případě cyklostacionárních hluků lze operaci průměrování $E[\]$ uskutečnit přes různé cykly hluku [5, 6].

Dříve zmíněnou časově-frekvenční statistickou charakteristiku komplexní okamžité autospektrum lze získat z autokorelační funkce $R_{xx}(t_1, t_2)$ přímou Fourierovou transformací [5, 6]

$$W_{xx}(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(t_1, t_2) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 . \quad (3)$$

Statistická charakteristika $W_{xx}(f_1, f_2)$ je komplexní funkcí kmitočtu a času. Rovněž může nabývat i negativních hodnot. Nejedná se proto o autospektrální hustotu. Na rozdíl od reálného okamžitého autospektra však neobsahuje umělé složky (artefakty) [6], což značně usnadňuje její interpretaci. A na rozdíl od hradlovaného autospektra jí lze získat s libovolným časovým a kmitočtovým rozlišením [5].

Výpočet $W_{xx}(f_1, t_2)$ podle vztahu (3) poskytuje sice přímo hledané okamžité autospektrum, neumožňuje však hlubší porozumění jeho struktúře. V následujícím proto popíšeme alternativní postup, který uvedený nedostatek nemá.

Vzhledem k tomu, že dvojnásobná autokorelační funkce cyklostacionárních hluků je periodickou funkcí obou proměnných (viz (2)), lze ji rozvést do Fourierovy řady:

$$R_{xx}(t_1, t_2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{xx}^n(t_1) e^{j\frac{2\pi}{T_p} n t_2}, \quad (4)$$

kde složkové autokorelační funkce $R_{xx}^n(t_1)$ lze stanovit pomocí vztahu

$$R_{xx}^n(t_1) = \frac{1}{T_p} \int_{-\frac{T_p}{2}}^{\frac{T_p}{2}} R_{xx}(t_1, t_2) e^{-j\frac{2\pi}{T_p} n t_2} dt_2. \quad (5)$$

Zde n je celé číslo. Dosadíme-li za $R_{xx}(t_1, t_2)$ ve výrazu (5) definiční vztah (1), získáme po jednoduché úpravě

$$R_{xx}^n(t_1) = \frac{1}{T_p} E \left[x(t_1) X \left(\frac{2\pi}{T_p} n \right) \right], \quad (6)$$

kde

$$X \left(\frac{2\pi}{T_p} n \right) = \int_{-\frac{T_p}{2}}^{\frac{T_p}{2}} x(t_2) e^{-j\frac{2\pi}{T_p} n t_2} dt_2. \quad (7)$$

Přímou Fourierovou transformací vztahu (4) pak obdržíme

$$W_{xx}(f_1, t_2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{xx}^n(f_1) e^{j\frac{2\pi}{T_p} n t_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_{xx}^n(f_1, t_2), \quad (8)$$

kde

$$S_{xx}^n(f_1) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}^n(t_1) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 \quad (9)$$

jsou složkové autospektrální hustoty a $W_{xx}^n(f_1, t_2)$ jsou složková okamžitá autospektra.

Reprezentace (8) je identická s reprezentací (3). Její výhodou však je, že umožňuje lépe porozumět časově-frekvenční struktúře cyklostacionárního hluku. Zatímco posloupnost výpočtu první reprezentace je dána vztahy (1)-(3), výpočet druhé reprezentace je určen posloupností (7), (6), (9) a (8).

3. Cyklostacionarizace měřeného hluku

Základním předpokladem pro výpočet dvojnásobné autokorelační funkce $R_{xx}(t_1, t_2)$ podle vztahu (1) (případně složkové autokorelační funkce $R_{xx}^n(t_1)$ podle vztahu (7)) je cyklostacionárnost analyzovaného hluku. Jinými slovy lze říci, že analyzovaný hluk musí být během každého cyklu navzorkován ve stejném počtu bodů a tyto body v rozmezí každého cyklu musí odpovídat vždy stejné poloze

(fázi). U skutečných hluků však trvání jednotlivých cyklů a poloha vzorků v rozmezí cyklů se mohou cyklus od cyklu měnit. Proto je zapotřebí nejdříve cyklické hluky cyklostacionarizovat. To lze uskutečnit buď již během záznamu signálu použitím vhodných snímačů, nebo je možné upravit již dříve zaznamenané signály převzorkováním [7]. Rovněž lze použít kombinaci obou způsobů [8].

V prvním případě se používá elektrooptický snímač spojený se zvolenou hřídelí sledovaného stroje. Vždy při natočení hřídele stroje o určitý velmi malý úhel snímač vyšle impuls. Impulsy se pak používají pro vnější řízení A/D převodníku. Tímto způsobem lze zaznamenat stejný počet vzorků během každého cyklu nezávisle na otáčkách hřídele. A vzorky jsou odebírány v každém cyklu vždy ve stejné poloze hřídele. Tato metoda je velmi vhodná obzvláště tehdy, když se úhlová rychlost hřídele mění v rozmezí i jednotlivých cyklů, což nastává např. u spalovacích motorů.

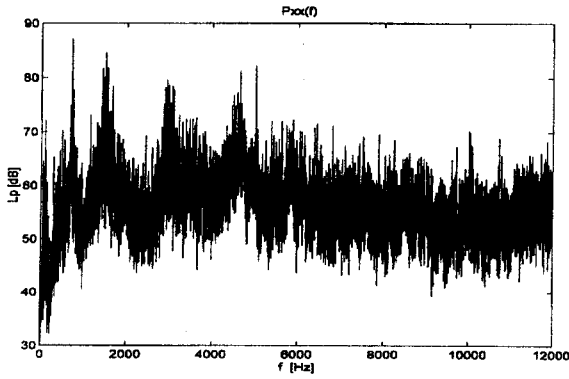
Druhá metoda je založena na převzorkování již zaznamenaného hluku. V tomto případě se měřený hluk nejprve vzorkuje s konstantní vzorkovací frekvencí. Současně se vzorky se zaznamenávají i tachopulsy (obvykle jeden na otáčku hřídele). Trvání každého cyklu a jeho krajní body jsou přesně definovány dvěma po sobě následujícími tachopulsy. Nové vzorky uvnitř cyklu lze pak spočítat s použitím vhodné interpolační metody. Takto vypočítané vzorky již vyhovují požadavku na konstantní počet vzorků i odpovídající polohu v každém cyklu.

4. Analýza vibrací převodovky

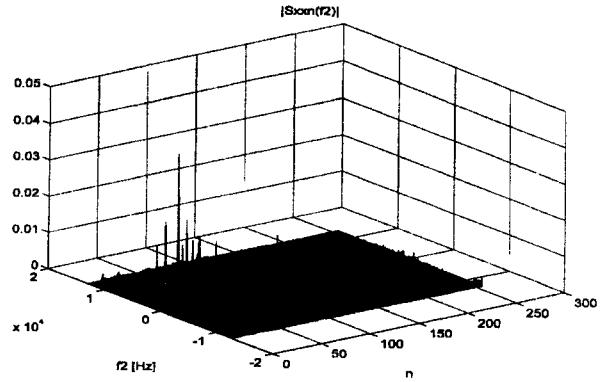
Jako konkrétní příklad na použití popisované metody budou uvedeny výsledky získané během zkoušek převodovky osobního automobilu. Měřená převodovka měla tři hřídele (vstupní, hlavní a výstupní). Pro analýzu byl použit signál ze snímače zrychlení vibrací (akcelerometru). Zde analyzovaný signál byl zaznamenán při otáčkách vstupního hřídele 3000 min^{-1} , zatížení 20 Nm a zařazeném třetím převodovém stupni.

Signál z akcelerometru byl nahráván pomocí analyzátoru signálů. Vzorkovací frekvence byla nastavena na 32768 Hz, délka zaznamenávaného signálu byla 2 s (což odpovídá 65 536 vzorkům). Současně se záznamem vibrací byly rovněž nahrávány tachopulsy odvozené od vstupního hřídele.

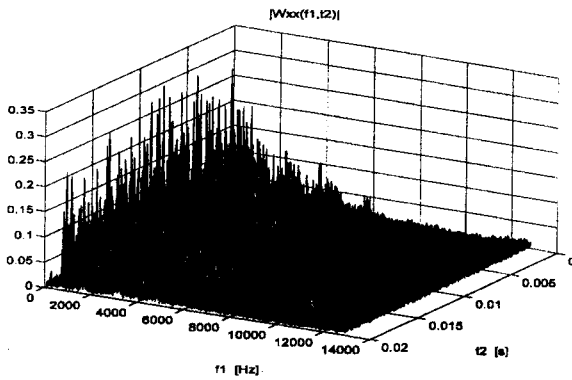
Příklad standardní autospektrální hustoty $P_{xx}(f)$ zrychlení vibrací je uveden na obr. 1. Z obr. 1 je zřejmá značně složitá struktura autospektra, které sestává z velkého počtu diskrétních složek, odpovídajících třem hřídelovým frekvencím a jejich vyšším harmonickým, dvěma zubovým frekvencím a jejich vyšším harmonickým a rozsáhlým rodným postranních pásem v okolí zubových frekvencí a jejich harmonických. Diskrétní složky jsou pak přeloženy přes spojitě spektrum. Autospektrální hustota $P_{xx}(f)$ je velmi důležitá statistická charakteristika, kterou lze poměrně snadno spočítat i interpretovat. Bohužel nic neříká o vývoji měřeného autospektra s časem. V následující



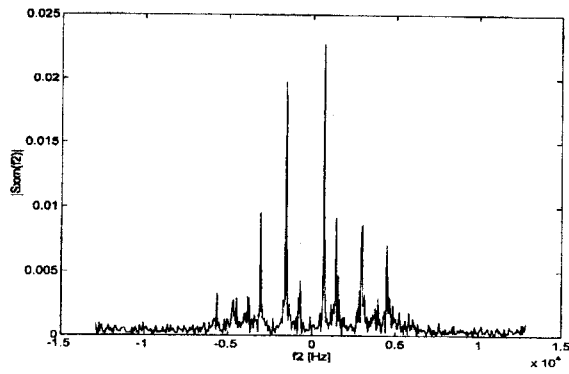
Obr. 1: Autospektrální hustota $P_{xx}(f)$ zrychlení vibrací převodovky osobního automobilu.



Obr. 3: Absolutní hodnota souboru 256 složkových autospektrálních hustot $|S_{xx}^n(f_1)|$ zrychlení vibrací převodovky.



Obr. 2: Absolutní hodnota komplexního okamžitého autospektra $|W_{xx}(f_1, t_2)|$ zrychlení vibrací převodovky.



Obr. 4: Absolutní hodnota 31. složkové autospektrální hustoty $|S_{xx}^{31}(f_1)|$ zrychlení vibrací převodovky.

cím stručně uvedeme výsledky časově-frekvenční analýzy zrychlení vibrací převodovky. I když během měření byly otáčky vstupního hřídele udržovány konstantní, tachopulsy přesto ukázaly určitý stupeň kolísání velikosti otáček. Kromě toho se měnil výskyt vzorků během cyklu. Před další analýzou byl proto zaznamenaný signál upraven (cyklostacionarizován) převzorkováním.

Z průběhu autospektrální hustoty $P_{xx}(f)$ lze očekávat, že i komplexní okamžité autospektrum $W_{xx}(f_1, t_2)$ bude mimořádně složité. Proto zde uvedeme výsledky výpočtu pouze s poměrně hrubým frekvenčním rozlišením přibližně 50 Hz. (Hlavním důvodem pro výpočet s tímto frekvenčním rozlišením ale je délka časového signálu, který byl k dispozici. Tato délka neumožňovala výpočet okamžitého autospektra s jemnějším frekvenčním rozlišením při zachování dostatečného počtu průměrů). Absolutní hodnota vypočteného komplexního okamžitého autospektra je uvedena na obr. 2. I při tomto poměrně hrubém frekvenčním rozlišení lze na obr. 2 pozorovat, že vypočtená statistická charakteristika je značně nepřehledná. Pro vlastní analýzu je proto nutné používat řezy v požadovaných časových či frekvenčních bodech. Další možností je použít složkové funkce. Příklad souboru složkových autospektrálních hustot $S_{xx}^n(f_1)$ vypočtených postupem uvedeným v kapi-

tole 2 je uveden na obr. 3. Na obr. 4 je pak pro ilustraci uvedena jediná složková autospektrální hustota $S_{xx}^{31}(f_1)$. I když použité frekvenční rozlišení je malé, lze i zde pozorovat základní rysy autospektra, jako jsou např. zubové frekvence.

5. Závěr

Cílem příspěvku bylo seznámit čtenáře s nejnovějšími poznatky v oblasti časově-frekvenční analýzy cyklických hluků. Na několika stránkách samozřejmě nemohl být dán vyčerpávající popis této velmi rozsáhlé problematiky. Navíc je nutno říci, že tato oblast výzkumu ještě ani zdaleka není uzavřena. Nicméně v příspěvku bylo ukázáno, že komplexní okamžité autospektrum umožňuje časově-frekvenční analýzu cyklických signálů. Časové a frekvenční rozlišení této charakteristiky jsou omezeny pouze dostupným přístrojovým vybavením a časem, který jsme ochotni věnovat analýze. Charakteristika neobsahuje umělé složky (artefakty) a podél kmitočtové osy poskytuje výsledky velmi podobné těm, které lze získat při tradiční spektrální analýze. Nyní ovšem spektrální složky závisí na čase.

V případě signálů naměřených na strojích je nezbytné

signál předem upravit (cyklostacionarizovat). To lze uskutečnit např. převzorkováním. Pro tento účel je nutné zaznamenat alespoň jeden tachopuls na cyklus. V případě záznamu více tachopulsů bychom samozřejmě dosáhli vyšší přesnosti převzorkování. Vzorkovací frekvence by se měla volit co nejvyšší. Vzhledem k tomu, že pro průměrování jsou však zapotřebí dlouhé časové záznamy, bude volba délky záznamu a vzorkovací frekvence vždy představovat určitý kompromis.

Popisovaná metoda je vyvíjena pro potřeby diagnostiky a kontroly jakosti. Zde uváděné experimentální výsledky však byly získány na převodovce, která neměla žádnou závadu. V současné době se proto připravují měření na převodovkách s určitými závadami, např. s poškozeným zubem. Očekáváme, že výkonnost diskutované metody se prokáže právě při spolehlivé detekci těchto závad.

Poděkování

Práce popisované v příspěvku jsou financované v rámci výzkumného záměru MŠMT ČR J11-98P:245100304.

Odkazy

- [1] Smetana C. a kol.: Hluk a vibrace. Měření a hodnocení. Sdělovací technika, Praha 1998.
- [2] Bendat J. S. a Piersol A. G.: Random data analysis and measurement procedures. Wiley, New York 1986.
- [3] Cohen L.: Time-frequency analysis. Prentice Hall, Englewood Cliffs 1995.
- [4] Gardner W. A.: Statistical spectral analysis - a nonprobabilistic theory. Prentice Hall, Englewood Cliffs 1987.
- [5] Vokurka K.: Comparison of methods for analysis of cyclostationary noise. In: 16th International Congress on Acoustics, Seattle 1998, sv. 1, str. 629-630.
- [6] Vokurka K.: Time-frequency statistical characteristics of cyclostationary signals. In: IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, Pittsburgh 1998, str. 1-4.
- [7] Tůma J.: Theory and experience in synchronised averaging in the time domain. In: 43rd International Scientific Colloquium, Ilmenau 1998, sv. 1, str. 387-392.
- [8] Vokurka K.: Practical aspects of analysing cyclostationary noise emitted by real acoustic sources. In: Forum Acusticum 1999 jointly held with ASA and DEGA, Berlin 1999, Acustica - acta acustica, sv. 85, January/February 1999, Supplement 1, str. 433.